Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра электронных вычислительных машин

Дисциплина: Системный анализ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №4

«Методы и процедуры принятия решений при многих критериях»

Вариант 2

Студент М.А. Бекетова

Преподаватель Н.О. Туровец

Минск 2025

**СОДЕРЖАНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ 3](#_Toc378610714)

[1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ 4](#_Toc378610715)

[2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ 4](#_Toc378610716)

[3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ 4](#_Toc378610717)

[4 ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ 5](#_Toc378610718)

[4.1 Выбор множества Парето 5](#_Toc378610719)

[4.2 Первый способ анализа альтернатив 6](#_Toc378610720)

[4.2.1 Методика экспресс-анализа альтернатив 6](#_Toc378610721)

[4.2.2 Методика скаляризации векторных оценок 8](#_Toc378610722)

[4.3 Второй способ анализа альтернатив 12](#_Toc378610723)

[4.3.1 Метод ранга для определения весов критериев 12](#_Toc378610724)

[4.3.2 Модифицированный алгоритм Кемени-Снелла 13](#_Toc378610725)

[4.3.3 Метод ЭЛЕКТРА 17](#_Toc378610726)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 20](#_Toc378610727)

# ВВЕДЕНИЕ

Целью данной лабораторной работы является изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив, а также их применения для анализа и выбора управленческих решений.

Многокритериальные задачи выбора встречаются в различных сферах деятельности, включая управление, проектирование и разработку технологий. В отличие от задач скалярной оптимизации, где выбор осуществляется по одному критерию, многокритериальные задачи учитывают несколько критериев, формирующих так называемый вектор критериев. Такие задачи могут быть как дискретными (с конечным числом альтернатив), так и непрерывными (с бесконечным множеством решений).

В рамках данной работы рассматриваются дискретные задачи многокритериального выбора, для решения которых изучаются различные методы. Особое внимание уделяется методу анализа иерархий, который позволяет структурировать проблему и проводить экспертные оценки, несмотря на его трудоемкость и высокие требования к квалификации экспертов. Кроме того, рассматриваются более простые методы, которые требуют меньшего объема экспертной информации.

Поставленная задача направлена на изучение как теоретических основ методов принятия решений, так и их практического применения для повышения обоснованности управленческих решений.

# 1 ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является:

– изучение методов и процедур многокритериального выбора альтернатив;

– изучение применения методов многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений.

# 2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ

Предприятие предполагает приобрести станок. Характеристики станков, из которых делается выбор, следующие.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ5 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 25 | 25 | 30 | 15 | 20 | 35 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 140 | 100 | 200 | 100 | 100 | 200 |
| Надежность | доста-точно высокая | сред-няя | очень высокая | достаточно высокая (немного ниже, чем у СТ1 и СТ6) | сред-няя | доста-точно высокая |

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, основной критерий - производительность, немного менее важный - надежность, еще немного менее важный - стоимость.

По мнению второго эксперта, основной критерий - производительность, менее важный - стоимость, еще немного менее важный - надежность.

# 3 ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретические сведения по лабораторной работе.

2. Получить задание на лабораторную работу.

3. Выбрать множество Парето.

4. По указанию преподавателя выполнить анализ альтернатив и выбрать лучшую альтернативу одним из следующих двух способов:

− первый способ:

а) используя методику экспресс-анализа альтернатив, выбрать три лучших альтернативы;

б) выполнить ранжирование выбранных альтернатив, используя методику скаляризации векторных оценок;

в) сравнить две лучшие альтернативы, используя методику сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования;

− второй способ:

а) по виду имеющихся экспертных суждений о важности критериев выбрать метод экспертного анализа, который следует использовать для определения весов критериев: метод предпочтений или метод ранга. Используя выбранный метод экспертного анализа, вычислить веса критериев;

б) выполнить ранжирование альтернатив на основе модифицированного алгоритма Кемени-Снелла. По результатам ранжирования отобрать три лучшие альтернативы;

в) выполнить анализ трех отобранных альтернатив по методу ЭЛЕКТРА. Для приведения оценок к безразмерному виду использовать алгоритм, применяемый в методике экспресс-анализа альтернатив. Изменяя пороговые значения индексов согласия и несогласия, выбрать: одну лучшую альтернативу.

# 4 ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

## 4.1 Выбор множества Парето

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Выбор множества Парето производится следующим образом. Все альтернативы попарно сравниваются друг с другом по всем критериям. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как Ai и Aj) оказывается, что одна из них (например, Aj) не лучше другой ни по одному критерию, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу (в данном случае – альтернативу Aj) не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Как правило, во множество Парето входит несколько альтернатив. Поэтому выбор множества Парето не обеспечивает принятия окончательного решения (выбора одной лучшей альтернативы), однако позволяет сократить количество рассматриваемых альтернатив, т.е. упрощает принятие решения.

Выберем множества Парето.

Сравним альтернативы СТ1 и СТ2. По критерию «Производительность» альтернативы одинаковы. По критерию «Стоимость станка» СТ2 лучше, чем СТ1. По критерию «Надежность» лучше СТ1. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ1 и СТ3. По критерию «Производительность» СТ3 лучше, чем СТ1. По критерию «Стоимость станка» СТ1 лучше, чем СТ3. По критерию «Надежность» лучше СТ3. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ1 и СТ4. По критерию «Производительность» СТ1 лучше, чем СТ4. По критерию «Стоимость станка» СТ4 лучше, чем СТ1. По критерию «Надежность» лучше СТ1. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ1 и СТ5. По критерию «Производительность» СТ1 лучше, чем СТ5 По критерию «Стоимость станка» СТ5 лучше, чем СТ1. По критерию «Надежность» лучше СТ1. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ1 и СТ6. По критерию «Производительность» СТ6 лучше, чем СТ1. По критерию «Стоимость станка» СТ1 лучше, чем СТ6. По критерию «Надежность» лучше СТ1. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ2 и СТ3. По критерию «Производительность» СТ3 лучше, чем СТ2. По критерию «Стоимость станка» СТ2 лучше, чем СТ3. По критерию «Надежность» лучше СТ3. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ2 и СТ4. По критерию «Производительность» СТ2 лучше, чем СТ4. По критерию «Стоимость станка» альтернативы одинаковы. По критерию «Надежность» лучше СТ4. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ2 и СТ5. По критерию «Производительность» СТ2 лучше, чем СТ5. По критерию «Стоимость станка» альтернативы одинаковы. По критерию «Надежность» альтернативы одинаковы. Можно исключить из сравнения альтернативу СТ5.

Сравним СТ2 и СТ6. По критерию «Производительность» СТ6 лучше, чем СТ2. По критерию «Стоимость станка» СТ2 лучше, чем СТ6. По критерию «Надежность» лучше СТ6. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ3 и СТ4. По критерию «Производительность» СТ3 лучше, чем СТ4. По критерию «Стоимость станка» СТ4 лучше, чем СТ3. По критерию «Надежность» лучше СТ3. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ3 и СТ6. По критерию «Производительность» СТ6 лучше, чем СТ3. По критерию «Стоимость станка» альтернативы одинаковы. По критерию «Надежность» лучше СТ3. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Сравним СТ4 и СТ6. По критерию «Производительность» СТ6 лучше, чем СТ4. По критерию «Стоимость станка» СТ4 лучше, чем СТ6. По критерию «Надежность» лучше СТ6. Ни одну из альтернатив исключить нельзя.

Таким образом, во множество Парето вошли альтернативы СТ1, СТ2, СТ3, СТ4 и СТ6. Именно из них будет затем выбираться лучшая альтернатива.

## 4.2 Первый способ анализа альтернатив

### **4.2.1 Методика экспресс-анализа альтернатив**

Методика предназначена для отбора перспективных альтернатив. При этом перспективными считаются альтернативы, не имеющие существенных недостатков ни по одному из критериев.

Методика рассчитана на применение в задачах, в которых большинство критериев являются числовыми.

Методика может применяться и для решения задач, в которых имеются качественные (выраженные в словесной форме) критерии; в этом случае для перехода к числовым оценкам применяются следующие процедуры:

− оценки по качественным критериям выражаются по пятибалльной шкале, а затем выполняется переход к числовым оценкам с использованием шкалы Харрингтона. При этом оценке "отлично" соответствуют числовые оценки от 0,8 до 1; "хорошо" - от 0,63 до 0,8; "удовлетворительно" - от 0,37 до 0,63; "плохо" - от 0,2 до 0,37; "очень плохо" - от 0 до 0,2. Числовая оценка выставляется человеком: экспертом или лицом, принимающим решения (ЛПР).

− для оценок, имеющих вид "да-нет", обычно используются следующие числовые оценки: "да" - 0,67, "нет" - 0,33.

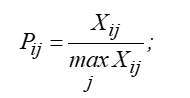
Принцип работы методики экспресс-анализа альтернатив следующий. Для каждой альтернативы находится худшая оценка (из всех оценок данной альтернативы по критериям, используемым в задаче). Выбираются альтернативы, худшая оценка которых не ниже некоторой пороговой величины.

Таблица 4.1 – Множество Парето

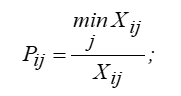
|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 25 | 25 | 30 | 15 | 35 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 140 | 100 | 200 | 100 | 200 |
| Надежность | достаточно высокая | сред-няя | очень высо-кая | достаточно высокая (немного ниже, чем у СТ1 и СТ6) | достаточно высокая |

Оценки альтернатив по критериям приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки альтернатив находятся следующим образом:

− для критериев, подлежащих максимизации, все оценки альтернатив по критерию делятся на максимальную из оценок по данному критерию:



− для критериев, подлежащих минимизации, из оценок по данному критерию выбирается минимальная, и она делится на все оценки альтернатив по данному критерию:



− для качественных (словесных) критериев выполняется переход к числовым оценкам по шкале Харрингтона.

Безразмерные оценки приведены в таблице 4.2.

Таблица 4.2 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 0,71 | 0,71 | 0,86 | 0,43 | 1 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 0,71 | 1 | 0,5 | 1 | 0,5 |
| Надежность | 0,8 | 0,5 | 1 | 0,7 | 0,8 |

В результате перехода к безразмерным оценкам устранены различия исходных оценок, затруднявшие сравнение альтернатив. Безразмерные величины не измеряются в каких-либо единицах, поэтому их можно сравнивать друг с другом, складывать и т.д. Безразмерные оценки не различаются по диапазону значений: все они имеют значения в пределах от 0 до 1. Они не различаются также по направленности: чем больше безразмерная оценка, тем лучше (по любому критерию), и лучшее значение равно 1.

Для каждой альтернативы находится минимальная оценка, т.е. худшая из оценок данной альтернативы по всем критериям:

Минимальные оценки приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Минимальные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Альтернатива | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| Pj | 0,71 | 0,5 | 0,5 | 0,43 | 0,5 |

Выбирается пороговое значение минимальной оценки P0. Эта величина назначается ЛПР или экспертом из субъективных соображений, например, в зависимости от количества альтернатив, которые требуется отобрать для дальнейшего анализа. Пусть назначено P0 = 0,44.

Выбирается множество альтернатив, для которых Pj > P0. Таким образом, для дальнейшего анализа отбираются альтернативы, у которых все оценки (в том числе худшая) не ниже предельной величины P0.

Отбираются альтернативы СТ1, СТ2, СТ3, СТ6. Окончательный выбор производится на основе одного из методов, рассматриваемых ниже.

### **4.2.2 Методика скаляризации векторных оценок**

Методика предназначена для выбора рациональной альтернативы из множества альтернатив, оцениваемых по нескольким критериям.

Основное преимущество этой методики - минимальный объем информации, которую требуется получить от ЛПР или эксперта для выбора решения, что позволяет практически полностью автоматизировать решение задачи. В то же время недостаточный учет субъективных суждений ЛПР является недостатком этой методики.

Методика основана на вычислении обобщенной оценки каждой альтернативы (с учетом оценок по всем критериям) и сопоставлении этих оценок.

Таблица 4.4 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 25 | 25 | 30 | 35 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 140 | 100 | 200 | 200 |
| Надежность | достаточно высокая | средняя | очень высокая | достаточно высокая |

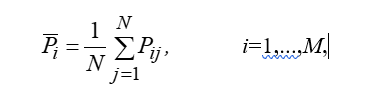
Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду, как и в методике экспресс-анализа альтернатив. Безразмерные оценки альтернатив приведены в таблице 4.5.

Таблица 4.5 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 0,71 | 0,71 | 0,86 | 1 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 0,71 | 1 | 0,5 | 0,5 |
| Надежность | 0,8 | 0,5 | 1 | 0,8 |

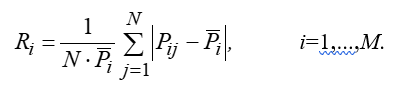
Определяются веса (оценки важности) критериев. В рассматриваемой методике веса находятся на основе разброса оценок. Веса определяются в следующем порядке:

− определяются средние оценки по каждому критерию, где M - количество критериев, N - количество альтернатив, Pij - безразмерные оценки:

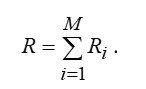


.

− находятся величины разброса по каждому критерию:



− находится сумма величин разброса:



R = 0,13 + 0,26 + 0,18 = 0,57.

− находятся веса критериев, отражающие разброс оценок:

Wi = Ri/R, i=1,...,M.

W1 = 0,13/0,57 = 0,23.

W2 = 0,26/0,57 = 0,46.

W3 = 0,18/0,57 = 0,31.

Чем больше разброс (различие) в оценках альтернатив по критерию, тем больше вес этого критерия. Таким образом, критерии, по которым оценки альтернатив существенно различаются, считаются более важными. Если оценки альтернатив по какому-либо критерию очень близки, то его вес будет небольшим, так как сравнение альтернатив при близких оценках не имеет смысла.

Находятся взвешенные оценки альтернатив (путем деления весов критериев на оценки по соответствующим критериям):



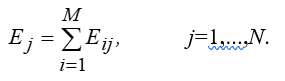
Взвешенные оценки приведены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Взвешенные безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 0,32 | 0,32 | 0,27 | 0,23 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 0,65 | 0,46 | 0,92 | 0,92 |
| Надежность | 0,39 | 0,62 | 0,31 | 0,39 |

Чем большие значения принимают безразмерные оценки Pij, тем меньше значения взвешенных оценок. Таким образом, чем меньше взвешенные оценки, тем лучше альтернатива.

Определяются комплексные оценки альтернатив (суммы взвешенных оценок):



E1 = 0,32 + 0,65 + 0,39 = 1,35 (СТ1).

E2 = 0,32 + 0,46 + 0,62 = 1,40 (СТ2).

E3 = 0,27 + 0,92 + 0,31 = 1,50 (СТ3).

E6 = 0,23 + 0,92 + 0,39 = 1.54 (СТ6).

Чем меньше комплексная оценка, тем лучше альтернатива. Таким образом, лучшим вариантом будет станок СТ1, немного хуже – СТ2, еще хуже – СТ3, хуже всех – СТ6.

**4.2.3 Методика сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования**

Методика предназначена для решения задач, в которых требуется выбрать лучшую из двух альтернатив. Для применения данной методики все оценки альтернатив должны быть выражены в числовой форме.

Принцип работы методики следующий. Для каждой из двух сравниваемых альтернатив находится обобщенная оценка по всем критериям, по которым она превосходит другую альтернативу; при этом учитывается степень превосходства, а также важность критериев. Полученные обобщенные оценки сравниваются; выбирается альтернатива, имеющая большую оценку.

Для методики сравнительной оценки двух альтернатив выберем лучшие альтернативы из предыдущего метода (СТ1 и СТ2).

Таблица 4.7 – Исходные данные

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 |
| Производительность, изделий/ч | 25 | 25 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 140 | 100 |
| Надежность | 0,8 | 0,5 |

По критерию «Надежность» требуется перейти к числовым оценкам. Для этого воспользуемся шкалой Харрингтона. Пусть для станка СТ1 назначена числовая оценка 0,8, а для СТ2 – оценка 0,5.

Если при сравнении альтернатив по какому-либо критерию они имеют одинаковые оценки, то такой критерий не учитывается. В таком случае критерий «Производительность» не учитывается.

Выполняется ранжирование критериев по важности: наиболее важный критерий получает ранг 1, следующий по важности - 2, и т.д. Если какие-либо критерии близки по важности, им рекомендуется назначать одинаковые ранги. Обозначим ранги как Ri, i=1 ,… ,M, где M - количество критериев.

В качестве экспертного мнения возьмем мнение первого эксперта. Тогда критериям назначены следующие ранги: R2=2 и R3=1.

Выполняется переход от рангов к весам критериев. Веса находятся следующим образом: из всех рангов выбирается максимальный, к нему прибавляется единица, и из полученного числа вычитаются ранги:



Таким образом, чем важнее критерий, тем больше его вес.

V2 = 1, V3 = 2.

Находятся отношения оценок альтернатив (степени доминирования) путем деления большей оценки по каждому критерию на меньшую:



где Xi1, Xi2 - оценки двух сравниваемых альтернатив по i-му критерию.

S2 = 140/100 = 1,4, S3 = 0,8/0,5 = 1,6.

Находятся скорректированные степени доминирования альтернатив путем возведения степеней доминирования в степени, равные весам критериев:



Таким образом учитывается важность критериев: чем больше вес критерия, тем больше соответствующая степень доминирования будет влиять на окончательную оценку.

, .

Для каждой из сравниваемых альтернатив находится оценка ее доминирования над другой альтернативой. Эта оценка вычисляется как произведение скорректированных степеней доминирования по всем критериям, по которым данная альтернатива лучше другой.

Станок СТ1 лучше станка СТ2 по критерию «Надежность». Оценка доминирования СТ2 над СТ1 равна D1 = 2,56.

Станок СТ2 лучше станка СТ1 по критерию «Стоимость станка». Оценка доминирования СТ2 над СТ1 равна D2 = 1,4.

Находится обобщенная оценка доминирования:

D = D1 / D2.

Если D>1, то первая альтернатива лучше второй; если D<1, то вторая альтернатива превосходит первую.

D = 2,56 / 1,4 = 1,83. Таким образом, станок СТ1 лучше, чем СТ2.

## 4.3 Второй способ анализа альтернатив

### **4.3.1 Метод ранга для определения весов критериев**

Важность критериев оценивается двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, основной критерий - производительность, немного менее важный - надежность, еще немного менее важный - стоимость.

По мнению второго эксперта, основной критерий - производительность, менее важный - стоимость, еще немного менее важный - надежность.

Каждый эксперт указывает оценки важности критериев по 10-балльной шкале. Чем важнее (по мнению эксперта) является критерий, тем более высокий балл для него указывается. Оценки, указанные экспертами, сводятся в матрицу размером M\*N, где M - число экспертов, N - число критериев. Обозначим эти оценки как Xij, i=1, ..., M, j=1, ..., N.

Таблица 4.8 – Матрица экспертных оценок для метода ранга

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Эксперты | Критерии | | |
| К1 | К2 | К3 |
| 1 | 10 | 8 | 9 |
| 2 | 10 | 8 | 7 |

Находятся суммарные оценки критериев всеми экспертами:



где, j=1, ..., N.

C1 = 10 + 10 = 20, C2 = 8 + 8 = 16, C3 = 9 + 7 = 16.

Находится сумма всех оценок:



С = 20 + 16+ 16 = 52.

Находятся веса критериев:

Vj = Cj/C, j=1, ..., N.

V1 = 20 / 52 = 0,38.

V2 = 16 / 52 = 0,31.

V3 = 16 / 52 = 0,31.

Наиболее предпочтительным, по мнению экспертов, является критерий, имеющий максимальный вес – «Производительность».

### **4.3.2 Модифицированный алгоритм Кемени-Снелла**

Рассматриваемый алгоритм предназначен для ранжирования альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям. Основное преимущество алгоритма - возможность анализа и выбора альтернатив, оцениваемых по критериям различных видов: числовым, качественным, “да-нет”. Алгоритм также позволяет учитывать суждения ЛПР о важности критериев. Алгоритм основан на ранжировании и попарном сравнении альтернатив по каждому критерию.

Таблица 4.9 – Множество Парето

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 25 | 25 | 30 | 15 | 35 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 140 | 100 | 200 | 100 | 200 |
| Надежность | достаточно высокая | сред-няя | очень высо-кая | достаточно высокая (немного ниже, чем у СТ1 и СТ6) | достаточно высокая |

С помощью метода ранга были найдены веса критериев (пп. 4.3.1)

V1 = 0,38, V2 = 0,31, V3 = 0,31.

Выполняется ранжирование альтернатив по каждому из критериев. При этом лучшая альтернатива по данному критерию получает оценку (ранг) 1, следующая за ней – оценку 2. Если альтернативы по данному критерию одинаковы, то они получают одинаковые оценки. Результаты ранжирования сводятся в матрицу.

Таблица 4.10 – Матрица ранжирования

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| К1 | 3 | 3 | 2 | 4 | 1 |
| К2 | 2 | 1 | 3 | 1 | 3 |
| К3 | 2 | 4 | 1 | 3 | 2 |

На основе ранжирования альтернатив по каждому из критериев составляется матрица парных сравнений. Всего составляется M таких матриц, где M - количество критериев. Матрицы парных сравнений по критериям К1-К3 приведены в таблицах 4.11-4.13 соответственно.

Таблица 4.11 – Матрица парных сравнений по критерию К1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| СТ1 | — | 0 | -1 | 1 | -1 |
| СТ2 | 0 | — | -1 | 1 | -1 |
| СТ3 | 1 | 1 | — | 1 | -1 |
| СТ4 | -1 | -1 | -1 | — | -1 |
| СТ6 | 1 | 1 | 1 | 1 | — |

Таблица 4.12 – Матрица парных сравнений по критерию К2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| СТ1 | — | -1 | 1 | -1 | 1 |
| СТ2 | 1 | — | 1 | 0 | 1 |
| СТ3 | -1 | -1 | — | -1 | 0 |
| СТ4 | 1 | 0 | 1 | — | 1 |
| СТ6 | -1 | -1 | 0 | -1 | — |

Таблица 4.13 – Матрица парных сравнений по критерию К3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| СТ1 | — | 1 | -1 | 1 | 0 |
| СТ2 | -1 | — | -1 | -1 | -1 |
| СТ3 | 1 | 1 | — | 1 | 1 |
| СТ4 | -1 | 1 | -1 | — | -1 |
| СТ6 | 0 | 1 | -1 | 1 | — |

Составляется матрица потерь. Размерность матрицы - NxN, где N - количество альтернатив. Элементы матрицы потерь рассчитываются по следующей формуле:

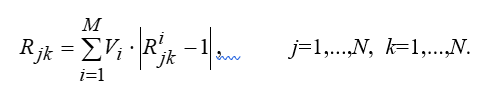


Таблица 3.14 – Матрица потерь

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ3 | СТ4 | СТ6 |
| СТ1 | — | 1,00 | 1,38 | 1,23 | 1,08 |
| СТ2 | 1,00 | — | 1,38 | 0,92 | 1,38 |
| СТ3 | 0,62 | 0,62 | — | 0,62 | 1,08 |
| СТ4 | 0,77 | 1,08 | 1,38 | — | 1,38 |
| СТ6 | 0,92 | 0,62 | 0,92 | 0,62 | — |

Смысл элементов матрицы потерь следующий: чем больше элемент Rjk, тем больше отставание j-й альтернативы от k-й (тем хуже j-я альтернатива по сравнению с k-й).

Выполняется предварительное ранжирование альтернатив. Для этого находятся суммы строк матрицы потерь. Смысл этих сумм следующий: сумма j-й строки представляет собой оценку отставания j-й альтернативы от всех остальных альтернатив.

Альтернатива, которой соответствует минимальная сумма, предварительно считается лучшей. Строка и столбец этой альтернативы исключаются из матрицы потерь.

Суммирование строк матрицы потерь и исключение альтернатив выполняются до тех пор, пока не будет исключена вся матрица. Чем раньше исключена альтернатива, тем она лучше.

Выполним предварительное ранжирование. Найдем суммы строк матрицы потерь:

P1 = 1,00+1,38+0,62+1,08=4,08.

P2 = 1,00+1,38+0,92+1,38=4,69.

P3 = 0,62+0,62+0,62+1,08=2,92.

P4 = 1,38+1,08+1,38+1,38=5,23.

P6 = 0,92+0,62+0,92+0,62=3,08.

Предварительно лучшей считается альтернатива СТ3. Она исключается из матрицы потерь. Сокращенная матрица потерь приведена в таблице 4.15.

Таблица 4.15 – Первая сокращенная матрица потерь

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ4 | СТ6 |
| СТ1 | — | 1,00 | 0,62 | 1,08 |
| СТ2 | 1,00 | — | 0,92 | 1,38 |
| СТ4 | 1,38 | 1,08 | — | 1,38 |
| СТ6 | 0,92 | 0,62 | 0,62 | — |

Суммы строк этой матрицы:

P1=2,70; P2=3,30; P4=3,84; P6=2,16.

Исключается альтернатива СТ6. Вторая сокращенная матрица потерь приведена в таблице 4.16.

Таблица 4.16 – Вторая сокращенная матрица потерь

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ2 | СТ4 |
| СТ1 | — | 1,00 | 0,62 |
| СТ2 | 1,00 | — | 0,92 |
| СТ4 | 1,38 | 1,08 | — |

Суммы строк этой матрицы:

P1=1,62; P2=1,92; P4=2,46.

Исключается альтернатива СТ1. Третья сокращенная матрица потерь приведена в табл. 4.17.

Таблица 4.17 – Третья сокращенная матрица потерь

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | СТ2 | СТ4 |
| СТ2 | — | 0,92 |
| СТ4 | 1,08 | — |

Суммы строк этой матрицы:

P1=0,92; P2=1,08.

Исключается альтернатива СТ2.

Предварительное ранжирование альтернатив: СТ3, СТ6, СТ1, СТ2, СТ4.

Выполняется окончательное ранжирование альтернатив. Для этого альтернативы сравниваются попарно, начиная с конца предварительного ранжирования. Если сравниваются j-я и k-я альтернативы (при этом j-я альтернатива в предварительном ранжировании находится выше k-й) и выполняется условие Rjk ≤ Rkj (где Rjk и Rkj - элементы матрицы потерь), то альтернативы остаются в ранжировании на прежних местах (j-я альтернатива лучше k-й). Если Rjk>Rkj, то альтернативы меняются местами (j-я альтернатива хуже k-й).

Выполним окончательное ранжирование.

Сравниваем СТ2 и СТ4. R24=0,92; R42=1,08. Так как R24<R42, альтернативы остаются на прежних местах.

Сравниваем СТ1 и СТ2. R12=1; R21=1. Так как R12=R21, альтернативы взаимозаменяемы и остаются на прежних местах.

Сравниваем СТ6 и СТ1. R61=0,92; R16=1,08. Так как R61<R16, альтернативы остаются на прежних местах.

Сравниваем СТ3 и СТ6. R36=1,08; R63=0,92. Так как R36>R63, альтернативы меняются местами.

Таким образом, окончательное ранжирование альтернатив следующее: СТ6, СТ3, СТ1, СТ2, СТ4. Лучшим вариантом будет выбор СТ6. Для следующего метода необходимы 3 лучшие альтернативы: СТ6, СТ3 и СТ1.

### **4.3.3 Метод ЭЛЕКТРА**

Метод предназначен для решения задач, в которых из имеющегося множества альтернатив требуется выбрать заданное количество лучших альтернатив с учетом их оценок по нескольким критериям, а также важности этих критериев.

Принцип работы метода следующий. Для каждой пары альтернатив (Aj и Ak) выдвигается предположение (гипотеза) о том, что альтернатива Aj лучше, чем Ak. Затем для каждой пары альтернатив находятся два индекса: индекс согласия (величина, подтверждающая предположение о превосходстве Aj над Ak) и индекс несогласия (величина, опровергающая это предположение). На основе анализа этих индексов выбирается одна или несколько лучших альтернатив ("ядро" альтернатив).

Необходимо выбрать одну из трех (СТ6, СТ3 и СТ1) лучших альтернатив из предыдущего метода.

Веса критериев были найдены в пп. 4.3.1:

V1 = 0,38; V2 = 0,31; V3 = 0,31.

Таблица 4.18 – Исходные данные

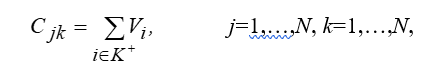
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ3 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 25 | 30 | 35 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 140 | 200 | 200 |
| Надежность | достаточно высокая | очень высо-кая | достаточно высокая |

Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду. Так как безразмерные оценки были вычислены ранее в пп. 4.2.1, вычислять их повторно не требуется. Определяются индексы согласия Cjk, j=1,...,N, k=1,...,N (где N - количество альтернатив). Индекс согласия отражает степень согласия с предположением о том, что j-я альтернатива лучше k-й.

Таблица 4.19 – Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Станок | СТ1 | СТ3 | СТ6 |
| Производительность, изделий/ч | 0,71 | 0,86 | 1 |
| Стоимость станка, тыс. ден.ед. | 0,71 | 0,5 | 0,5 |
| Надежность | 0,8 | 1 | 0,8 |

В рассматриваемой реализации метода ЭЛЕКТРА индексы согласия находятся по формуле



где Vi - веса критериев;

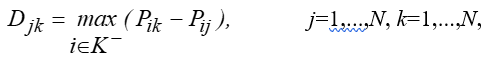
K+ - подмножество критериев, по которым j-я альтернатива не хуже k-й.

Таким образом, индекс согласия Cjk находится как сумма весов критериев, по которым j-я альтернатива не хуже k-й. Чем больше индекс согласия, тем более выражено превосходство j-й альтернативы над k-й.

Таблица 4.20 – Матрица индексов согласия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ3 | СТ6 |
| СТ1 | - | 0,31 | 0,62 |
| СТ3 | 0,69 | - | 0,62 |
| СТ6 | 0,69 | 0,69 | - |

Определяются индексы несогласия Djk, j=1,...,N, k=1,...,N. Индекс несогласия отражает степень несогласия с предположением о том, что j-я альтернатива лучше k-й. Индексы Djk находятся по формуле:



где Pik, Pij - безразмерные оценки альтернатив,

K— - подмножество критериев, по которым j-я альтернатива не превосходит k-ю.

Таким образом, индекс несогласия Djk находится как максимальная из разностей оценок по критериям, по которым j-я альтернатива не лучше k-й.

Таблица 3.21 – Матрица индексов несогласия

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | СТ1 | СТ3 | СТ6 |
| СТ1 | - | 0,2 | 0,29 |
| СТ3 | 0,21 | - | 0,14 |
| СТ6 | 0,21 | 0,2 | - |

Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса согласия:



Таким образом, предельное значение индекса согласия для j-й альтернативы находится как минимальный элемент j-й строки матрицы индексов согласия. Эта величина отражает степень согласия с предположением о том, что j-я альтернатива имеет превосходство над всеми другими альтернативами.

С1 = 0,31; С3 = 0,62; С6 = 0,69.

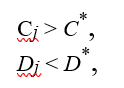
Для каждой альтернативы находится предельное значение индекса несогласия:



Таким образом, предельное значение индекса несогласия для j-й альтернативы находится как максимальный элемент j-й строки матрицы индексов несогласия. Эта величина отражает степень несогласия с предположением о превосходстве j-й альтернативы над другими альтернативами.

D1 = 0,29; D3 = 0,21; D6 = 0,21.

Выделяются лучшие альтернативы (“ядро” альтернатив), удовлетворяющие условиям:



где C\*, D\* - пороговые значения индексов согласия и несогласия. Эти величины назначаются в зависимости от того, какое количество альтернатив требуется выбрать. Обычно сначала принимаются пороговые значения С\*=0,5, D\*=0,5; затем они изменяются в соответствии с количеством отбираемых альтернатив. Выбираются альтернативы, удовлетворяющие обоим условиям.

По условию требуется выбрать один станок. Назначим пороговые значения С\*=0,65, D\*=0,25. Условию Сj > C\* удовлетворяет альтернатива СТ6, условию Dj < D\* - альтернативы СТ3 и СТ6. Таким образом, выбирается альтернатива СТ3, то есть третий станок.

# ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения лабораторной работы были изучены и применены методы многокритериального выбора альтернатив для анализа и выбора управленческих решений. Рассмотрены особенности решения дискретных задач векторной оптимизации, включая метод анализа иерархий и упрощенные методы, требующие меньшего объема экспертной информации.

Метод анализа иерархий продемонстрировал свою эффективность при структурировании сложных задач и определении приоритетов с учетом экспертной оценки. Однако его трудоемкость и высокие требования к квалификации экспертов подтверждают целесообразность применения упрощенных методов в задачах, где объем экспертной информации ограничен.

Итогом работы стало понимание особенностей и возможностей методов многокритериального выбора альтернатив, их сильных и слабых сторон. Это подтверждает важность использования данных методов для повышения объективности и обоснованности управленческих решений в условиях многокритериальности.